Случај 1: Реални и различити корени: $\lambda_2 < \lambda_1$

Нека су $\nu_1$ и $\nu_2$ јединични сопствени вектори матрице $F = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ који одговарају $\lambda_1$ и $\lambda_2$. Опште решење једначине (1) је

$$x(t) = c_1\, e^{\lambda_1 t}\, \nu_1 + c_2\, e^{\lambda_2 t}\, \nu_2$$

Како је $\lambda_1 > \lambda_2$, када $t \to \infty$ јединични вектор тангента на $x(t)$ тежи $\pm \nu_1$ ако је $c_1 \neq 0$; док кад $t \to -\infty$ тежи $\pm \nu_2$ ако је $c_2 \neq 0$. Овај случај смо проучили у примеру 5 у поглављу 6-2 и приказали га на слици 6-5.

Зависно од знака корена добијају се следеће равнотежне тачке:

Случај 1а: Стабилан чвор $(\lambda_2 < \lambda_1 < 0)$

1б: Нестабилан чвор $(0 < \lambda_2 < \lambda_1)$

1в: Седласта тачка $(\lambda_2 < 0 < \lambda_1)$

Ови случајеви су приказани на сликама 8-7(а), (б) и (в), где линије $L_1$ и $L_2$ садрже сопствене векторе $\nu_1$ и $\nu_2$.

Случај 2: Комплексно-коњуговани корен $\lambda_1 = \alpha + j\beta, \lambda_2 = \alpha - j\beta$, јер је матрица $F$ реална. Одредивши коњуговано комплексне векторе $\nu_1$ и $\nu_2$, решење је

$$x(t) = c_1\, e^{(\alpha + j\beta)t}\, \nu_1 + \bar{c}_1\, e^{(\alpha - j\beta)t}\, \bar{\nu}_1 = 2\,\mathrm{Re}\left\{ c_1\, e^{(\alpha + j\beta)t}\, \nu_1 \right\}$$

где је $c_1$ комплексна константа а цртица означава коњугацију. У зависности од знака $\alpha$, реалног дела корена, могуће су следеће равнотежне тачке:

Случај 2а: Вртлог или средиште (чисто имагинарни корени, $\alpha = 0$)

2б: Стабилна жижа (негативни реални делови, $\alpha < 0$)

2в: Нестабилна жижа (позитивни реални делови, $\alpha > 0$)

То је приказано на сликама 8-7(г), (д) и (ђ), где линије $A$ и $B$ садрже реалан и имагинаран део комплексног својственог вектора $\nu_1$.

Случај 3: Једнаки корени $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ (реални)

Ако постоје два реална, линеарно независна сопствена вектора $\nu_1$ и $\nu_2$ који одговарају $\lambda$, решење је

$$x(t) = (c_1 \nu_1 + c_2 \nu_2)\, e^{\lambda t}$$

где су $c_1$ и $c_2$ произвољне реалне константе. То даје следећу равнотежну тачку:

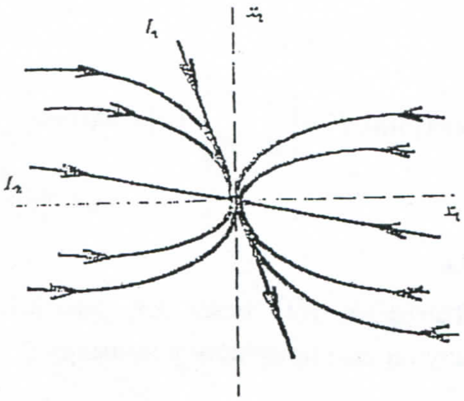
Случај 3а: Звезда, приказана на слици 8-7(е), у стабилном случају $(\lambda < 0)$, где су све трајекторије на правама које пролазе кроз координатни почетак.

Ако постоји само један независан сопствени вектор $\nu_1$ који одговара $\lambda$, решење је

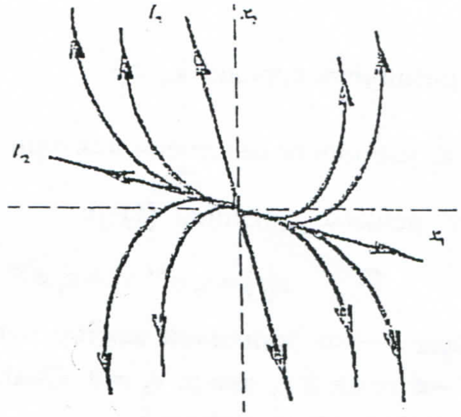
$$x(t) = (c_1 + c_2 t)\, e^{\lambda t}\, \nu_1 + c_2\, e^{\lambda t}\, \nu_2$$

где је $\nu_2$ вектор независан од $\nu_1$. То даје последњу равнотежну тачку:

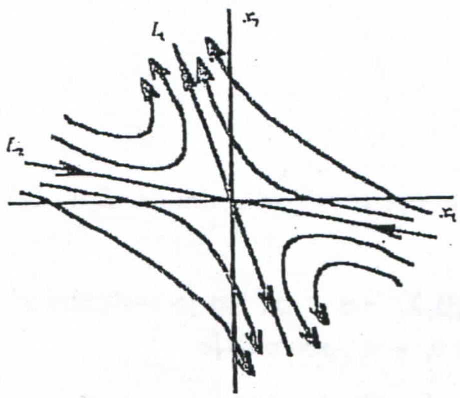
Случај 3б: Чвор, неправи, приказан на слици 8-7(ж) за стабилан случај $\lambda < 0$, где је права $L$ дуж $\nu_1$.



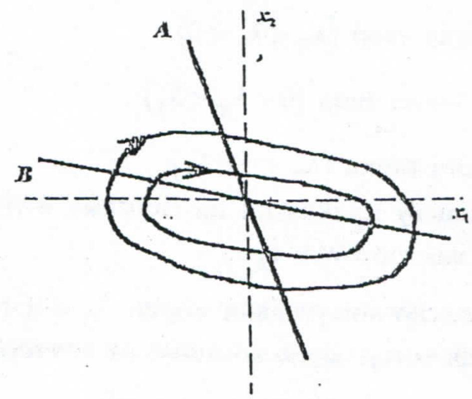

Слика 8-7а: Стабилан чвор



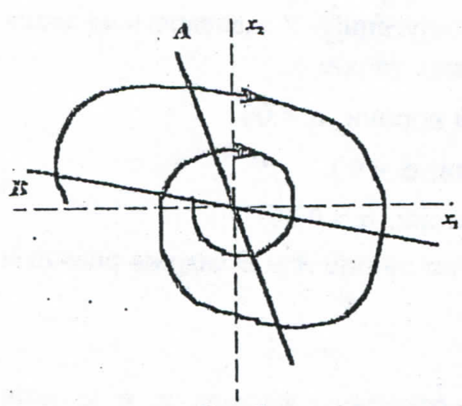

Слика 8-7б: Нестабилан чвор



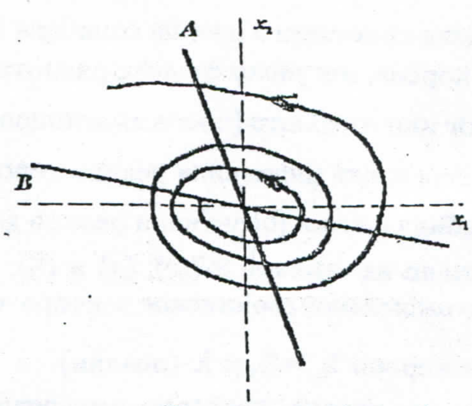

Слика 8-7в: Седласта тачка



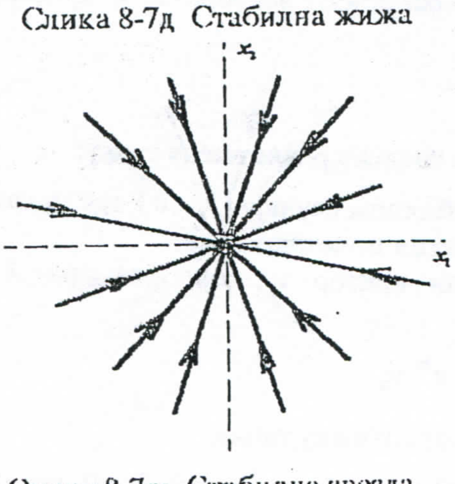

Слика 8-7г: Вртлог



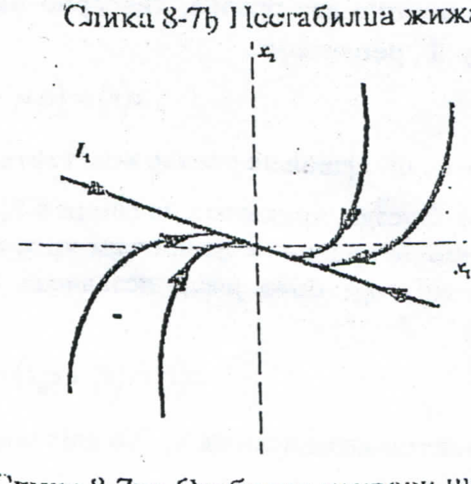

Слика 8-7д Стабилна жижа




Слика 8-7ђ Нестабилна жижа




Слика 8-7е: Стабилна звезда




Слика 8-7ж: Стабилан неправи чвор

Слика 8-7 Равнотежна стања линеарног стационарног система другог реда